

École Doctorale des Sciences de l'Environnement d'Île-de-France  
Année 2007-2008

Modélisation Numérique  
de l'Écoulement Atmosphérique  
et Assimilation d'Observations

Olivier Talagrand  
Cours 2  
25 Avril 2008

## Lois physiques régissant l'écoulement

- Conservation de la masse

$$D\rho/Dt + \rho \operatorname{div}\underline{U} = 0$$

- Conservation de l'énergie

$$De/Dt - (p/\rho^2) D\rho/Dt = Q$$

- Conservation de la quantité de mouvement

$$D\underline{U}/Dt + (1/\rho) \underline{\operatorname{grad}}p - \underline{g} + 2 \underline{\Omega} \wedge \underline{U} = \underline{F}$$

- Equation d'état

$$f(p, \rho, e) = 0 \qquad (p/\rho = rT, e = C_v T)$$

- Conservation de la masse de composants secondaires (eau pour l'atmosphère, sel pour l'océan, ...)

$$Dq/Dt + q \operatorname{div}\underline{U} = S$$

Les modèles globaux, qui couvrent la totalité du volume de l'atmosphère, sont construits sur l'hypothèse *hydrostatique*

Dans la direction verticale :

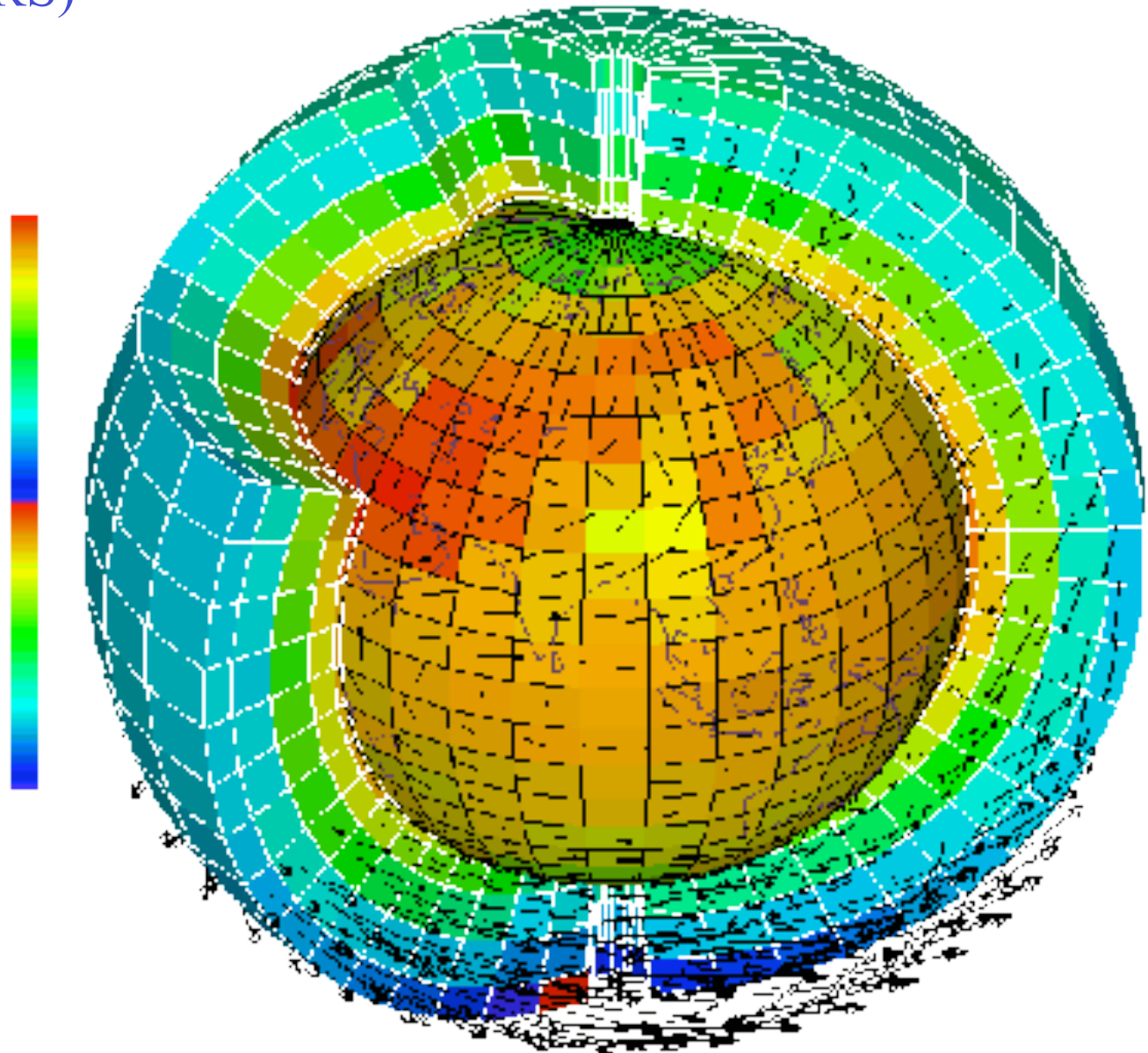
$$\partial p / \partial z + \rho g = 0$$

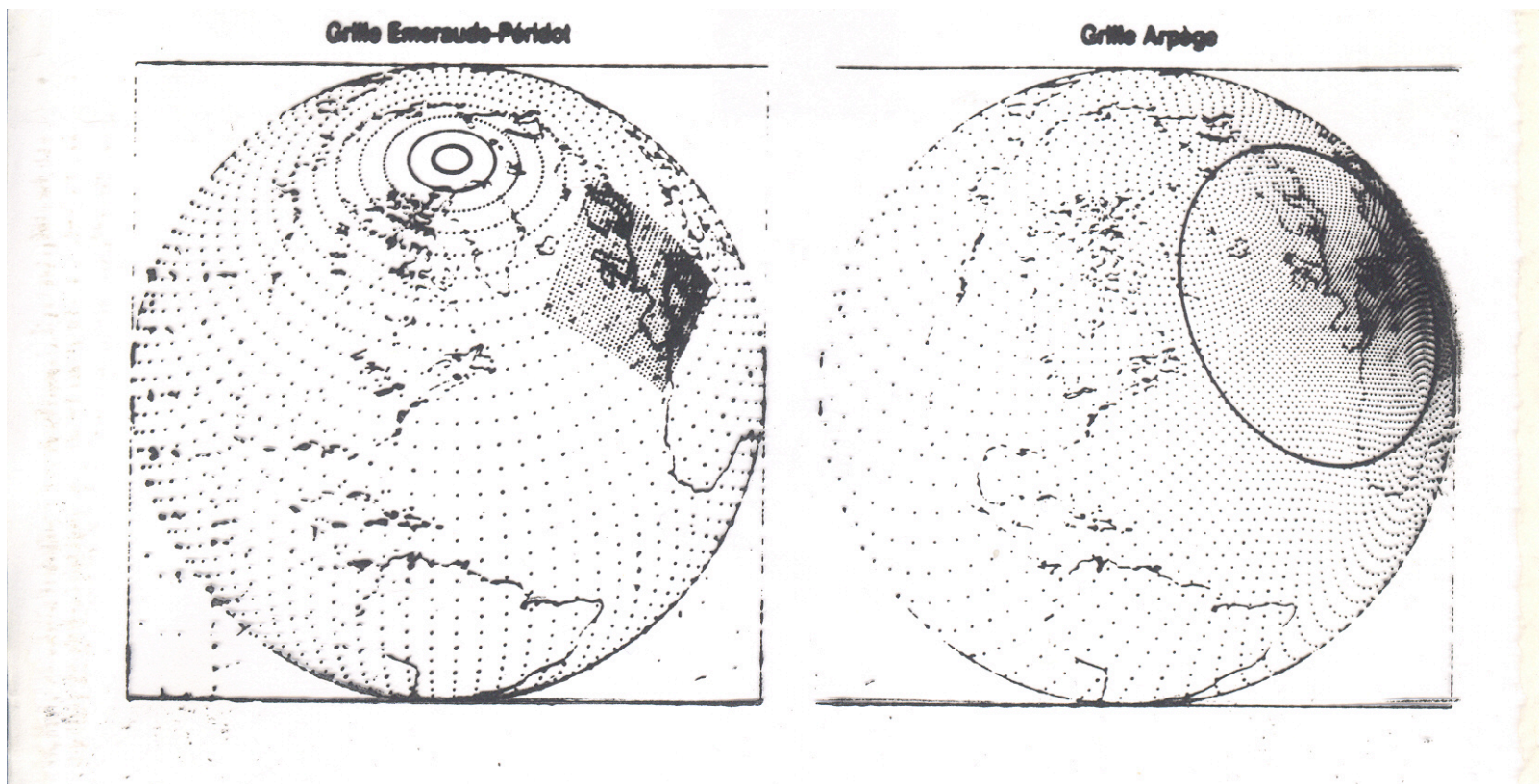
Élimine l'équation du mouvement pour la direction verticale; en outre, l'écoulement est incompressible dans les coordonnées  $(x, y, p) \Rightarrow$  nombre d'équations diminué de deux unités.

Approximation hydrostatique valide pour échelles horizontales  $> 20-30$  km

Modèles non-hydrostatiques, plus coûteux, sont utilisés pour la météorologie de petite échelle.

A schematic of an Atmospheric General Circulation Model (L. Fairhead /LMD-CNRS)





Grilles de modèles de Météo-France (*La Météorologie*)

## Modèles (semi-)spectraux

$$T(\mu=\sin(\text{latitude}), \lambda=\text{longitude}) = \sum_{\substack{0 \leq n < \infty \\ -n \leq m \leq n}} T_n^m Y_n^m(\mu, \lambda)$$

où les  $Y_n^m(\mu, \lambda)$  sont les *harmoniques sphériques*

$$Y_n^m(\mu, \lambda) \propto P_n^m(\mu) \exp(im\lambda)$$

$P_n^m(\mu)$  est la *fonction de Legendre* de deuxième espèce.

Les harmoniques sphériques définissent une base complète orthonormée de l'espace  $L^2$  à la surface  $S$  de la sphère.

$$\int_S Y_n^m Y_{n'}^{m'} d\mu d\lambda = \delta_n^{n'} \delta_m^{m'}$$

Relation de Parseval

$$\int_S T^2(\mu, \lambda) d\mu d\lambda = \sum_{\substack{0 \leq n < \infty \\ -n \leq m \leq n}} |T_n^m|^2$$

Les harmoniques sphériques sont fonctions propres du laplacien à la surface de la sphère

$$\Delta Y_n^m = -n(n+1)Y_n^m$$

Troncature ‘triangulaire’  $TN$  ( $n \leq N, -n \leq m \leq n$ ) indépendante du choix d’un axe polaire. Représentation est parfaitement homogène à la surface de la sphère

Calculs non linéaires effectués dans l’espace physique (sur grille latitude-longitude ‘gaussienne’).



### 5 - SCHEMA DES INTERACTIONS PHYSIQUES DANS LE MODELE

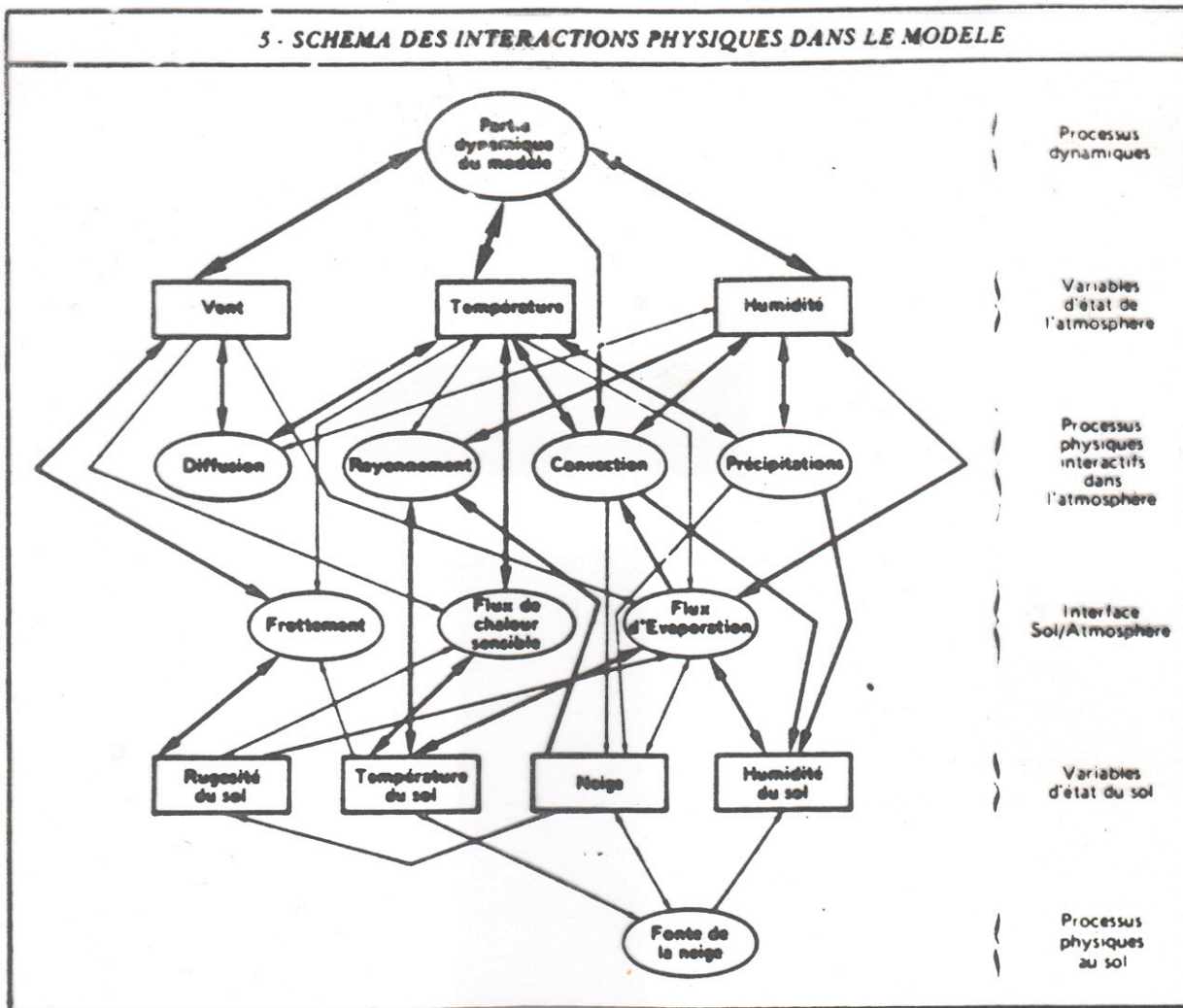






Fig. 1: Members of day 7 forecast of 500 hPa geopotential height for the ensemble originated from 25 January 1993.





Figure 6 Hurricane Katrina mean-sea-level-pressure (MSLP) analysis for 12 UTC of 29 August 2005 and t+84h high-resolution and EPS forecasts started at 00 UTC of 26 August:

- 1<sup>st</sup> row: 1<sup>st</sup> panel: MSLP analysis for 12 UTC of 29 Aug  
 2<sup>nd</sup> panel: MSLP t+84h T<sub>151</sub>L60 forecast started at 00 UTC of 26 Aug  
 3<sup>rd</sup> panel: MSLP t+84h EPS-control T<sub>255</sub>L40 forecast started at 00 UTC of 26 Aug  
 Other rows: 50 EPS-perturbed T<sub>1255</sub>L40 forecast started at 00 UTC of 26 Aug.

The contour interval is 5 hPa, with shading patterns for MSLP values lower than 990 hPa.

*Pourquoi les météorologistes ont-ils tant de peine à prédire le temps avec quelque certitude ?*

*Pourquoi les chutes de pluie, les tempêtes elles-mêmes nous semblent-elles arriver au hasard,*

*de sorte que bien des gens trouvent tout naturel de prier pour avoir la pluie ou le beau temps,*

*alors qu'ils jugeraient ridicule de demander une éclipse par une prière ?[...] un dixième de*

*degré en plus ou en moins en un point quelconque, le cyclone éclate ici et non pas là, et il*

*étend ses ravages sur des contrées qu'il aurait épargnées. Si on avait connu ce dixième de*

*degré, on aurait pu le savoir d'avance, mais les observations n'étaient ni assez serrées, ni*

*assez précises, et c'est pour cela que tout semble dû à l'intervention du hasard.*