Gonflement chimique du béton et compatibilité géométrique.

Devoir à rendre pour le mercredi 14 Septembre 2005

Les granulats qui composent la plupart des bétons sont pratiquement inertes chimiquement. Cependant, certains types de granulats peuvent réagir avec les hydroxydes alcalins présents dans le béton. La récation alcali-granulat la plus fréquente étant la réaction alcali-silice. La silice contenue dans les granulats réagit avec les hyrdoxydes alcalins pour former un gel qui absorbe l'eau présente dans le milieu ou provenant de l'humidité ambiante et dilate ainsi le béton.

La valeur typique de la dilatation due à cette réaction est de l'ordre de 0,1 %. Cette valeur numérique étant petite devant un, nous nous placerons dans toute la suite de ce problème dans ***l'hypothèse des transformations infinitésimales***. Cependant, même si ce gonflement est trés faible, sur des structures élancées (digues, ponts ou poutres) les déplacements induits (libres ou contraints) peuvent êtres non-négligeables. Sur une période de plusieurs années des fissurations peuvent apparaitres (photos sur la figure 1).

On étudie dans ce problème le gonflement d'une structure en béton subissant la réaction alcali-granulat. L'avancement de la réaction est notée χ et dépend principalement de la composition chimique du béton et de l'humidité locale.

Fig.1-Fissurations dues à des alcali-réactions dans le béton d'une pile de pont immergé (à gauche) et dans le tablier d'un pont autoroutier (à droite).

1 Dilatation locale et blocs élémentaires

Considérons tout d'abord un bloc de béton cubique constitué par un granulat homogène et isotrope. On suppose que le taux d'humidité et donc l'avancement de la réaction $\chi > 0$ sont homogènes dans le bloc. L'expérience montre que ce bloc se dilate alors de façon isotrope.

1. En supposant que χ est petit au premier ordre trouver une relation simple liant les allongements unitaires $\delta(\underline{e}_i)$ et le taux d'avancement χ. En déduire le tenseur des déformations linéarisées $\underline{\underline{\varepsilon}}$ ainsi que la variation de volume en fonction de χ.

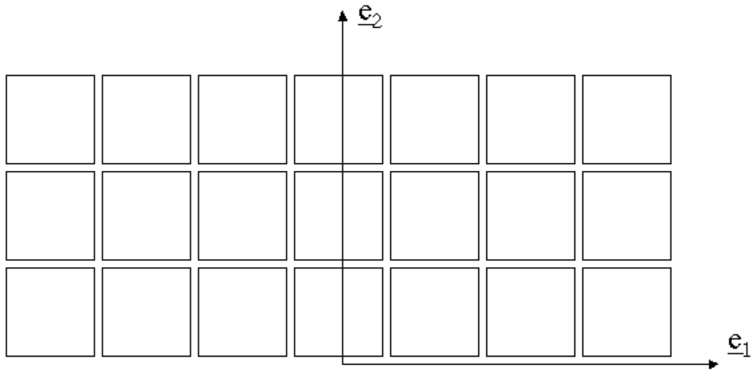


Fig.2-Empilement de blocs de béton

2. Considérons maintenant une digue initalement constituée d'un empilement réguliers de blocs disposés initialement comme sur la Fig.2 . Les blocs sont libres de glisser les uns sur les autres. La mer se trouve au niveau $X_2 = 0$: au bout de quelques années, la teneur en eau et donc l'avancement de la réaction vont varier en fonction de la position X_2. En supposant que χ est homogène dans chaque bloc et ne depend que de sa position moyenne. Dessiner qualitativement la forme de l'empilement au bout de quelques années.
3. Pour comprendre intuitivement quelle peut être la déformation d'une digue de béton dont le taux d'avancement non-homogène est de la forme $\chi(X_2)$, on reprend la question 2 en supposant que les blocs représentent des volumes élémentaires d'un milieu continu. Ils sont donc solidaires et ne peuvent plus glisser. Calculer les variations d'angle entre directions matérielles, variations prises entre l'empilement de référence (avant le début de la réaction) et la configuration actuelle (une fois la récation avancée). Dessiner alors qualitativement la forme de la digue au bout de quelques qnnées en supposant qu'elle n'est soumise à aucune condition aux limites.

2 Digue subissant un gonflement non-homogène.

On considère, dans ce qui suit, les déformations d'une digue de hauteur H et de longueur L dans le plan $(O, \underline{e}_1, \underline{e}_2)$. Celle-ci est constituée par un béton isotrope et initailement homogène subissant une réaction d'alcali-granulat décrit par un avancement non-homogène $\chi(X_2)$. L'existence d'un champ de déplacment $\underline{\xi}$ suffisamment régulier pour maintenir la cohésion du milieu continu impose certaines conditions sur le tenseur des déformations linéarisée $\underline{\underline{\varepsilon}}$ correspondant. Ces conditions de compatibilité géométrique permettent, dans certains cas simple, de déterminer l'unique champs de déplacement possible sans connaitre les propriétés mécanique du milieu considéré.

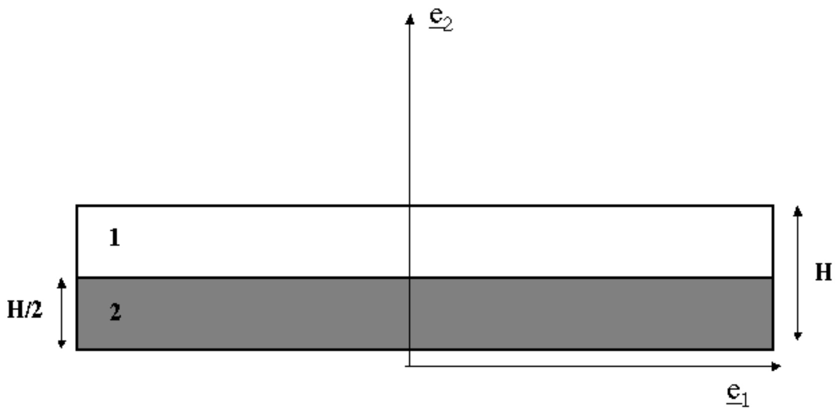
1. Ecrire les conditions de compatibilité géométrique pour un tenseur de déformation linéarisé de la forme $\underline{\underline{\varepsilon}} = F(\underline{X})\underline{\underline{1}}$. En déduire la forme générale du champ scalaire $F(\underline{X})$ compatible.
2. On considère tout d'abord que la digue est simplement posée sur une couche de sable facilement déformable et n'est donc soumise à aucunes contraintes sur les conditions aux limites en déplacement.
(a) Expliciter pour une digue de hauteur H le taux d'avancement $\chi(X_2)$ qui soit géométriquement compatible. On notera $\chi(X_2 = 0) = \chi_0$ et $\chi(X_2 = H) = \chi_H$.
(b) En utilisant le schéma d'intégration, calculer le champ de déplacement correspondant.
(c) Interpréter les constantes d'intégration présentes dans le champs de déplacement.
(d) A quelle condition la transformation est-elle bien infinitésimale ?
(e) Calculer, dans le plan $(O, \underline{e}_1, \underline{e}_2)$, la courbes transformée de la droites $X_2 = 0$. Compte tenu

de l'invariance selon X_1 du problème, à quel autre type de courbe aurait-on pu s'attendre ? Comment se résout le paradoxe ?

3. On suppose maintenant qu'à une des extrémité, la jetée est “accroché” à la côte par de solides fondations dans un massif rocheux. Ceci se traduit par la condition $\underline{\xi}(X_1 = -L/2, X_2) = 0$ sur le champs de déplacement. Calculer $\underline{\xi}(X_1 = L/2, X_2 = 0)$ et estimer l'ordre de grandeur de ce déplacement lorsque $H = 10m$ et $L = 100m$.
4. On suppose maintenant que la jetée est fixée dans le sol par plusieurs fondations, régulièrement espacées. Ceci se traduit par la condition $\forall X_1 \, \underline{\xi}(X_1, X_2 = 0) = 0$. Existe-t-il des déformations compatibles ? Que va-t-il se passer ?

3 Pont constitué par un béton non-homogène.

On considèremaintenant un pont constitué par deux couches de béton isotrope dont le granulat et la porosité sont différentes. On supposera donc que la relation liant avancement chimique et gonflement est la même pour deux volumes élémentaires de la même couche, mais qu'elle est caractérisée par deux constantes de proportionnalité différentes dans chacune des couches. Remarquer, que du fait de la composition chimique différentes des couches, l'avancement chimique n'est pas forcément continu à l'interface.



1. Rappeler la valeur du tenseur de déformation linéarisé $\underline{\underline{\varepsilon}}^{(j)}$ dans chaque couche j, ainsi que les formes de l'avancement chimique $\chi(\underline{X})$ respectant *localement* la compatibilité géométrique.
2. Etudier la compatibilité du champ de déplacement $\underline{\xi}(X_2 = H/2)$ à l'interface entre les deux couches. Montrer qu'elle implique une condition de saut pour l'avancement de la réaction χ à l'interface.
3. Déterminer dans l'ensemble du milieu $(0 \leq X_2 \leq H)$ les taux d'avancement qui soient (i) géométriquement compatibles et (ii) constants sur chacune des faces inférieure et supérieure $\chi(X_2 = 0) = \chi_0$ et $\chi(X_2 = H) = \chi_H$. En déduire les champs de déplacements correspondants.
4. Dans un milieu bicouche, la donnée d'un avancement $\chi(X_2)$ linéaire par morceaux conduit-elle génériquement à une déformation compatible ?

4 Cinétique, autres processus physique.

1. On s'intéresse à nouveau à un matériau fait d'une couche unique.
   On suppose que l'avancement de la réaction χ est simplement proportionnel au taux d'humidité ϕ, que ce dernier soit une loi de diffusion dans le béton et que la valeur de ϕ est imposée par le milieu environnant sur chacune des faces $X_2 = 0$ et $X_2 = H$.
   (a) Quelle est alors la forme de $\chi(\underline{X})$ obtenue aux temps longs ?
   (b) Avant l'établissement du régime stationnaire, la dépendance spatiale de $\chi(\underline{X}, t)$ est-elle aussi de cette forme ? Commenter.
2. Quel autre phénomène physique peut engendrer des dilatations dans un matériau ? Donner un ordre de grandeur de la dilatation ainsi obtenue. Rem : Vous trouverez facilement les constantes physique dont vous avez besoin dans la litérature (ou web).